Dérivabilité et trigonométrie

Exercice N°1

Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}\setminus\{1\}$ par $f(x)=\dfrac{2x^2-3x+2}{x-1}$ et ζ_f sa courbe représentative dans un repère orthonormé $\left(O,\vec{i},\vec{j}\right)$

1/ Calculer $\lim\limits_{x\to1^+} f(x)$ et $\lim\limits_{x\to1^-} f(x)$; interpréter graphiquement les résultats

2/ Soit la droite D : y = 2x – 1

a) Montrer que D est une asymptote à ζ_f au voisinage de $+\infty$

b) Etudier la position de ζ_f par rapport à D pour $x>1$

3/a) Déterminer le domaine de dérivabilité de f et calculer f ' (x)

b) Dresser le tableau de variation de f

Exercice N°2

On considère la fonction f définie sur IR par $f(x)=\begin{cases}\dfrac{x+1}{x-1} & \text{si } x\in\left]-\infty,0\right] \\ x\sqrt{x}-1 & \text{si } x\in\left]0,+\infty\right[\end{cases}$

On désigne par ζ_f la courbe représentative de la fonction f dans un repère orthonormé $\left(O,\vec{i},\vec{j}\right)$

1/ Montrer que f est continue en 0

2/ f est elle dérivable en 0 ?

3/ Déterminer une équation cartésienne de la tangente à ζ_f au point d'abscisse 1

4/ Calculer $\lim\limits_{x\to-\infty}[f(x)-1]$. Interpréter graphiquement le résultat

Exercice N°3

I- Soit $T(x)=1+\cos 2x-2\sqrt{3}\cos x\sin x$

1/ calculer $T(0)$; $T(5\pi)$ et $T(-\dfrac{\pi}{6})$

2/ Montrer que $T(x)=1+2\cos(2x+\dfrac{\pi}{3})$

3/ Résoudre dans $\mathbb{R}$ puis dans $\left[0,\pi\right]$ l'équation $T(x)=1-\sqrt{3}$

II- Résoudre dans $\left[0,2\pi\right[$ les inéquations :

a) $2\sin x+\sqrt{3}\geq 0$; b) $\sqrt{2}\cos(2x-\dfrac{\pi}{5})\leq-\sqrt{3}$

Exercice N°4

Le plan est muni d'un repère orthonormé direct $\left(O,\vec{i},\vec{j}\right)$

On considère le carré OABC de centre S tel que les coordonnées cartésiennes respectives de A et C sont $(1,\sqrt{3})$ et $(-\sqrt{3},1)$

1/ Déterminer les coordonnées polaires des points A et C

2/ Faire une figure

3/ déterminer les coordonnées polaires de B et S